

拡張蓄積疲労モデルにおけるパラメータ推定値の性質

廣瀬 英雄^{†1} 作村 建紀^{†2}

機器にストレスを一定時間与え、その時間耐えたら段階的にストレスレベルを上げ、これを機器が破壊するまで繰り返す「段階的上昇法」の破壊確率を表すモデルには「蓄積疲労モデル (CEM)」が考えられており、信頼性分野で広く受け入れられている。一方、ストレスを一定時間与えてもストレスを一旦休止した段階で疲労は解消してしまうというモデル「忘却モデル (MM)」も考えられる。観測データの中には、疲労蓄積は観測されるが過去の疲労をすべて引き継いでいる訳ではなく、ある程度は解消されているようなものもある。そこで、ここではこれら両者を含むモデルとして「拡張蓄積疲労モデル (ECEM)」を提案し、多数のシミュレーションケースに対して得られた結果について述べる。

Properties of the Estimates of Parameters in the Extended Cumulative Exposure Model

HIDEO HIROSE^{†1} and TAKENORI SAKUMURA^{†2}

The cumulative exposure model (CEM) is often used to express the failure probability model in step-stress accelerated life test (SSALT). This probability model is widely accepted in reliability fields because accumulation of fatigue is considered to be reasonable. Contrary to this, the memoryless model (MM) is also used in electrical engineering because accumulation of fatigue is not observed in some cases. We propose here a new model, the extended cumulative exposure model (ECEM), which includes features of both the described models. In this paper, we report a thorough investigation results of the properties of the estimates in the ECEM.

^{†1} 九州工業大学大学院情報工学研究院

School of Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology

^{†2} 九州工業大学大学院情報工学府

Graduate School of Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology

1. はじめに

電気絶縁のような試料の寿命を短時間で調べる方法として、新しい試料に対する加速寿命試験 (ALT: accelerated life testing) がよく用いられる¹⁵⁾。ALT は、あるストレス (温度、電圧、湿度など) を短い時間、試料に与える。ALT により得られる破壊値データは、使用ストレス時の平均寿命や寿命特性といった、信頼性を推定するために用いられる。たとえば、一定ストレスが与えられたときの破壊確率分布と、あるストレスと破壊までの平均時間にベキ乗則が仮定されるならば、その確率分布のもとにベキ乗則を定義することができる¹⁵⁾。破壊値データにワイブル分布を適用するとき、あるしきい値ストレスをもつワイブルベキ乗則は次のように仮定することができる⁵⁾。

$$F(t; v_i) = 1 - \exp \left\{ - \left(K^{-1} (v_i - v_{th})^n t \right)^\beta \right\} \quad (1)$$

ここで、 t は破壊までの時間、 v_i はレベル i におけるストレス、 v_{th} はそれ以下では破壊が起こらないとするしきい値電圧⁴⁾、 n はベキ乗則定数、 β はワイブル分布の形状パラメータ、 K は定数を表す。もっとも単純なケースとして、たとえば type II の censored data が得られた場合、次の尤度関数によって、最尤推定値を見つけることができる。

$$L = \prod_{i,j} f(t_{i,j}; v_i)^{\delta(i,j)} \times \{1 - F(t_{i,j}; v_i)\}^{1-\delta(i,j)} \quad (2)$$

ここで、 f は F の密度関数、 $\delta(i, j)$ は二値関数である。

ALT をより短時間に行うために、段階的上昇法 (SSALT: step-stress accelerated life testing) もまた用いられている。SSALT は ALT の特別な場合として考えられる。ストレスレベルは試験終了までの間、段階的に上昇する¹³⁾。この試験はまた別の目的のために用いられる。絶縁機器は製品として出荷される前に、ALT において、さまざまな種類のストレスを与えられる。しかし、絶縁機器はしばしば予期しない劣化要因により、推定した寿命よりも早い段階で壊れることがある。そこで、絶縁機器の現実での寿命や信頼性を評価するために、稼働している絶縁機器を用いた破壊電圧試験がときどき行われる⁶⁾。破壊が観測されるまで行われる破壊電圧試験には、大きく分けて 2 種類の方法が考えられている。一つは、progressive-stress test のように、ストレスを連続的に上昇させる。もう一つは、段階的上昇法のように、ストレスを離散的に上昇させる。後者の場合、その試験は図 1 のようになり、SSALT として解析することができる。

SSALT における寿命推定に関しては、多くの研究者らによって研究が行われている。文献

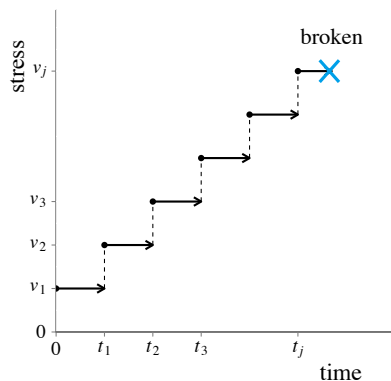


図 1 段階的上昇法による試験
Fig. 1 Step-stress test.

によると、破壊試験データの解析や最適な試験計画などを扱っている．Nelson¹⁴⁾ は SSALT に対し、ワイブルベキ乗則と提案モデルである蓄積疲労モデル (CEM) を合わせた最尤推定法を紹介している．それに関連した研究として、Yin and Sheng²⁴⁾、Xiong¹⁹⁾、Xiong and Milliken^{20),21)}、Xiong and Ji²²⁾、Yeo and Tang²³⁾、Ma and Meeker¹¹⁾、Gouno²⁾、Balakrishnan et al.¹⁾ などがある．

Hirose⁶⁾ によると、式 (1) におけるパラメータ v_{th} , n , β , K は観測値 $\{v_j\}$ (j は試料が破壊したストレスレベルを意味する) を用いて求めることができる．もし、疲労モデルとして CEM^{3),14),15)} を適用するならば、各ストレス v_i での疲労蓄積は引き継がれる．この考えは理にかなっているため、CEM は破壊確率を表すモデルとして用いられている．しかし、電気絶縁試験では、疲労の蓄積は各段階における印可電圧がゼロになると、各時間でその疲労は消失すると仮定している．つまり、絶縁試料は連続したストレスが課される合間に休息時間が与えられたとき、自己回復する特性を備えていることを主張している．ここではこれを忘却モデル (MM) と呼ぶことにする．これら二つのモデルの内、電気機器の信頼性を評価するのに適したモデルはどちらが良いのかは、未だ議論が続いている．経験的なデータを見ると、試験に用いる試料が同じであっても、試験条件が違ふことで、CEM がより適している場合と MM がより適している場合がある．そこで、この両方の特性を含む新しいモデルとして、拡張蓄積疲労モデル (ECEM) を提案する．疲労の蓄積がある場合、CEM

の重みが大きくなる．疲労の蓄積が無い場合、MM の重みが大きくなる．ECEM はこれまでに提案されてきたモデルとはまったく異なるモデルである．

2. 拡張蓄積疲労モデル (ECEM)

ここでは、簡潔に蓄積疲労モデル (CEM) と忘却モデル (MM) について概要を説明した後に、両方のモデルを含む新しいモデルを提案する．

2.1 蓄積疲労モデル (CEM)

ストレスレベル v_i 下でのベキ乗則が式 (1) として表されたとする．CEM¹⁴⁾ または Sedyakin モデル³⁾ は、ストレスを印可する時間で再帰的に変換することによって累積分布関数をつなぐ．たとえば、最初の段階において、次のように仮定する．

$$F_2(s_1) = F_1(t_1) \quad (3)$$

これは、疲労蓄積 $F_1(t_1)$ は次のストレスに引き継がれることを意味する． s_1 は

$$s_1 = (t_1 - t_0) \frac{(v_1 - v_{th})^n}{(v_2 - v_{th})^n} \quad (4)$$

で表される．一般的に、 $F_i(s_{i-1})$ と s_{i-1} は

$$F_i(s_{i-1}) = F_{i-1}(\Delta t_{i-1} + s_{i-2}) \quad (5)$$

$$s_{i-1} = (\Delta t_{i-1} + s_{i-2}) \left(\frac{v_{i-1} - v_{th}}{v_i - v_{th}} \right)^n \quad (6)$$

となる．このとき、連続累積分布関数は次のように表される．

$$G(t) = 1 - \exp \{ -\epsilon(t)^\beta \} \quad (7)$$

$$\epsilon(t) = K^{-1} \left[\{ (v_j - v_{th})^n (t - t_{j-1}) \} + \sum_{i=1}^{j-1} \{ (v_i - v_{th})^n \Delta t_i \} \right] \quad (8)$$

ここで、 Δt_i は一定ストレス v_i 印可時における $t_i - t_{i-1}$ の時間間隔を表す．この確率モデルは図 2 で表される．

2.2 忘却モデル (MM)

このモデルでは、印可されたストレスがゼロになると疲労蓄積はすべて消失すると仮定する．これは、絶縁試料はストレスが課される合間に休息時間が与えられた場合に、自己回復する特性を持つことを意味する．これをここでは忘却モデル (MM) と呼ぶ．印可ストレスがゼロになると疲労蓄積が消失することを考慮すれば、忘却モデルとはまさに式 (1) で表されるモデルと同一である．

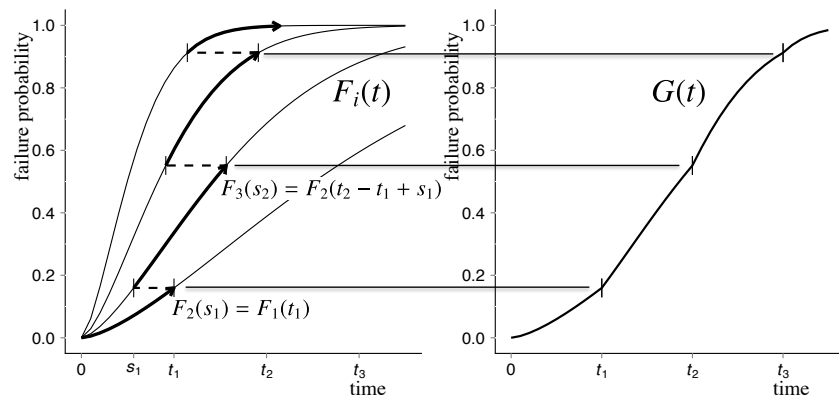


図 2 蓄積疲労モデル

Fig. 2 Cumulative exposure model (CEM)

2.3 拡張蓄積疲労モデル (ECEM)

ここで、拡張蓄積疲労モデル (ECEM) を提案する。ここで、式 (9) で表されるように、疲労蓄積がすべて引き継がれるのではなく、少量の疲労蓄積が起こると仮定する。 α は疲労蓄積の割合を表す。言い換えれば、疲労の割合が続くストレスの開始時点での確率となる。たとえば、最初の段階において、次のように仮定する。

$$F_2(s_1) = \alpha F_1(t_1), \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \quad (9)$$

これは、疲労蓄積のうち、 $(1 - \alpha)F_1(t_1)$ が消失し、残る疲労蓄積 $\alpha F_1(t_1)$ が次のストレスに引き継がれることを意味する。電気絶縁機器での段階上昇試験では、連続したストレス印可の合間に、たとえば 10 分間の休息時間を取ることがある。そのような場合、前段階で課されたストレスのうちいくつかは消失すると考えられる。そのとき、 s_1 は

$$s_1 = K \frac{[-\log\{1 - \alpha F_1(t_1)\}]^{1/\beta}}{(v_2 - v_{th})^n} \quad (10)$$

と表される。すると、連続した CDF は

$$G(t) = F_2((t - t_1) + s_1) = 1 - \exp(-[K^{-1}(v_2 - v_{th})^n(t - t_1) + (-\log\{1 - \alpha F_1(t_1)\})^{1/\beta}]^\beta) \quad (11)$$

となる。一般的に、 $F_i(s_{i-1})$ と s_{i-1} は

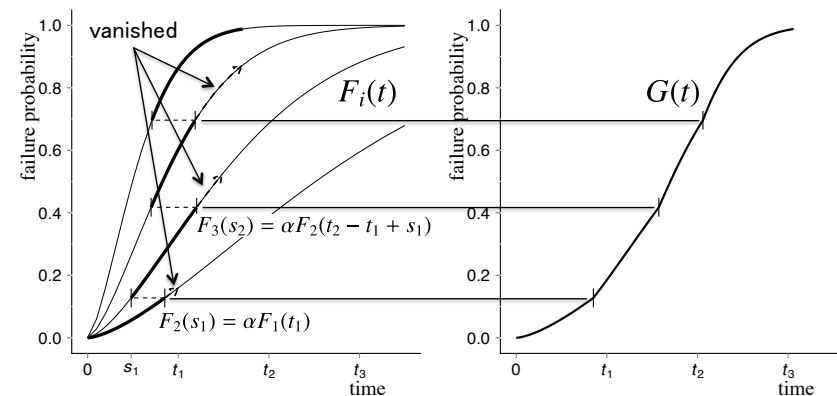


図 3 拡張蓄積疲労モデル

Fig. 3 Extended cumulative exposure model (ECEM)

$$F_i(s_{i-1}) = \alpha F_{i-1}(t_{i-1}^*) \quad (12)$$

$$t_{i-1}^* = t_{i-1} - t_{i-2} + s_{i-1} \quad (13)$$

$$s_{i-1} = K \frac{[-\log\{1 - \alpha F_{i-1}(t_{i-1}^*)\}]^{1/\beta}}{(v_i - v_{th})^n} \quad (14)$$

となり、連続した CDF は再帰的に

$$G(t) = 1 - \exp(-[K^{-1}(v_i - v_{th})^n(t - t_{i-1}) + (-\log\{1 - \alpha F_{i-1}(t_{i-1}^*)\})^{1/\beta}]^\beta) \quad (15)$$

と表される。この確率モデルを図 3 に表す。

このモデルは、CEM と MM の拡張であると見ることができる。 $\alpha = 0$ のとき、このモデルは MM になり、 $\alpha = 1$ のとき、CEM となる。それゆえ、このモデルは、CEM と MM の両者を含んでいる。 $0 < \alpha < 1$ のとき、定数 α によって少量の疲労蓄積をコントロールすることができる。

パラメータを推定するには、尤度関数を最大化するパラメータを求める。尤度関数は

$$L = \prod_{j=1}^N g(t_{i(j)})^{\delta_{i(j)}} \times \{1 - G(t_{i(j)})\}^{1 - \delta_{i(j)}} \quad (16)$$

と定義する．破壊時間が観測されるとき $\delta_{i(j)} = 1$ であり，右側打ち切り (type I) によって破壊時間が観測されないとき $\delta_{i(j)} = 0$ である．後者の場合， $t_{i(j)}$ は打ち切り時間である．各ストレスレベルにおいて破壊した試料の数だけが観測されるとき，尤度関数は次のように定義される．

$$L = \prod_{j=1}^N [G(t_{i(j)}) - G(t_{i(j)-1})] \quad (17)$$

この場合，観測データは grouped data として扱われる．式 (17) では，すべての試料は破壊されると仮定する．それゆえ，もし試験打ち切り時間 $t_T(j)$ として破壊試料数が r であれば，その尤度関数は

$$L = \prod_{j=1}^r [G(t_{i(j)}) - G(t_{i(j)-1})] / G(t_T(j)) \quad (18)$$

と定義される．ここで， N は試料数， $i(j)$ はストレス i における試料 j として定義する．

パラメータが定義される範囲内で尤度関数の最尤推定値を求める． α に対しては自然に $0 \leq \alpha \leq 1$ のように制約条件を与える．プロファイル尤度関数 $L(\alpha)$ は， α が定数である条件下で，他のパラメータを最適にするように最大化される．それゆえ，尤度関数の最大値が境界上で求められるのであれば，それが最尤推定値となる．

3. シミュレーションによる検証

ECEM におけるパラメータ推定がうまくできるかを確認するために，シミュレーションにより検証する．シミュレーション条件は， $n = 5, 10, 15$, $\beta = 0.5, 1, 1.5, 2, 3$, $K = 1/(0.632122 \times 20^{10})$, $v_{th} = 0$ とする．これは典型的な電気絶縁機器を模倣した値である⁶⁾．破壊試験開始時の初期ストレスは 0 とし，各段階におけるストレスをかける時間 Δt は 1 (単位時間) とする．また，段階上昇する際の上昇幅 $\Delta v = 0.1, 1.0$ とする．また， $\alpha = 0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ の 5 ケースを考える．シミュレーションで仮定する試料数は $N = 20, 50, 100, 200, 10000$ とする．シミュレーション条件を表 1 にまとめる．全 750 ケースにおいて，シミュレーションを各ケースで 10,000 回繰り返す．

シミュレーションから求めた各推定値に対する基本統計量 (平均と RMSE) の一部を表 2 に示す．ここで計算の安定性を図るため， $K^{-1} = k^n$ としている．表 2 を見ると，推定値の平均は真値に近く，うまく推定できていることが分かる．最尤推定値 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{n}, \hat{k}$ を求める

際， α に関するプロファイル尤度関数 $L(\alpha)$ を適用すると， $0 \leq \alpha \leq 1$ の制約条件があるため，その推定値は境界上 ($\alpha = 0, 1$) で求められることがある．そのため， $\alpha = 0$ のときは右側 (正方向) へバイアスがかかり， $\alpha = 1$ のときは左側 (負方向) へバイアスがかかると考えられる．

各推定値の RMSE (平均二乗誤差の平方根) を図 4 に表している．この図は横軸にサンプル数を対数軸でとり，縦軸に各推定値 α, β, n, k の RMSE をとっている．また，ここでは特に α に注目して，各 α 値で列グリッドに，各 Δv 値で行グリッドに分けている．点種は各 n のケースに対応しており，線種は各 β のケースに対応している．図 4 から，サンプル数が増加するにつれて RMSE も減少していることが分かる．漸近理論ではその標準偏差 σ はサンプル数 N によって $\sigma/\sqrt{n}$ と表されるため， $N = 100$ と $N = 10,000$ での標準偏差は単純に 0.1 倍となるはずである． $\hat{\beta}$ と $\hat{k}$ に関する RMSE の変化は全体的に滑らかであり，シミュレーション条件による差があまり見受けられず，漸近理論の観点からも自然に理解できる結果であるが， $\hat{\alpha}$ と $\hat{n}$ は条件によっては RMSE が大きくなっており，単調な傾向ではないことが見受けられる．

ここで，サンプル一つあたりの誤差 ϵ_1 を先ほどの RMSE を利用して，

$$\epsilon_1 = \sqrt{N \times \text{RMSE}^2}$$

によって計算し，各ケースにおいて図 4 と同様に図 5 に表す．漸近理論が成立すると仮定できれば， ϵ_1 はサンプル数によらず同じ大きさになる． $\alpha = 1$ のときにはその傾向が見受けられるが，それ以外の場合ではサンプル数が大きくなるにつれて ϵ_1 も増加してい

表 1 シミュレーション条件
Table 1 The simulation condition

パラメータ	値	ケース数
β	0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0	5
n	5, 10, 15	3
K	$1/(0.632122 \times 20^{10})$	1
α	0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0	5
v_{th}	0	1
v_0	0	1
Δt	1	1
Δv	0.1, 1.0	2
N	20, 50, 100, 200, 10,000	5

シミュレーションの繰り返し数は各ケース 10,000 回行う．

表 2 シミュレーションにおける推定値の基本統計量

Table 2 Basic statistics for the estimated parameters in simulation study.

$\alpha = 0.5, \beta = 0.5, n = 5, k = 0.05234677$

ΔV	sample	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{n}$	$\hat{k}$	BDV
0.1	20	0.5041	0.5454	5.025	0.05225	16.5
		0.2046	0.1142	0.1652	0.005733	1.552
	50	0.5087	0.5226	5.012	0.05202	16.49
		0.2013	0.07188	0.1597	0.004038	1.041
	100	0.4979	0.5089	5.02	0.05194	16.53
		0.1974	0.05217	0.1579	0.003212	0.7405
	200	0.5022	0.5048	5.026	0.05213	16.51
		0.1669	0.03825	0.1384	0.002217	0.5084
	10,000	0.5026	0.4974	5.023	0.0524	16.52
		0.05624	0.008664	0.04656	0.0004611	0.08129
1	20	0.4744	0.5397	5.032	0.05247	17.12
		0.2413	0.1114	0.1855	0.005389	1.614
	50	0.4781	0.5181	5.021	0.05208	17.11
		0.2348	0.06862	0.1872	0.003609	0.9896
	100	0.4975	0.506	5.023	0.052	17.08
		0.2242	0.04648	0.1783	0.002786	0.7337
	200	0.4958	0.5037	5.016	0.05194	17.1
		0.2053	0.034	0.1616	0.002144	0.5125
	10000	0.5045	0.4987	5.018	0.0523	17.09
		0.05898	0.006826	0.04912	0.0004178	0.06758

The upper values are presented as mean, and the lower as RMSE for estimates, or standard deviation for breakdown voltage (BDV).

表 2 表 2 のつづき

Table 2 Continued.

$\alpha = 0.5, \beta = 0.5, n = 10, k = 0.05234677$

ΔV	sample	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{n}$	$\hat{k}$	BDV
0.1	20	0.4966	0.5445	10.02	0.05222	17.35
		0.2123	0.1158	0.1627	0.002936	0.9209
	50	0.5103	0.5178	10.02	0.05222	17.3
		0.2012	0.06774	0.1714	0.002012	0.576
	100	0.505	0.5118	10.01	0.0522	17.32
		0.1874	0.04915	0.1576	0.001559	0.4114
	200	0.4936	0.5058	10.03	0.05228	17.32
		0.1771	0.03534	0.1527	0.001113	0.2809
	10,000	0.5067	0.499	10.02	0.05241	17.32
		0.05654	0.005956	0.0388	0.0002113	0.04023
1	20	0.4785	0.5475	10.03	0.05247	17.9
		0.2137	0.117	0.19	0.002665	0.9224
	50	0.4969	0.5165	10.01	0.05224	17.9
		0.2121	0.06295	0.198	0.001743	0.5679
	100	0.4925	0.5095	10.02	0.05222	17.88
		0.2223	0.04466	0.2	0.001281	0.3916
	200	0.4904	0.5028	10.03	0.05222	17.88
		0.2084	0.02963	0.1635	0.0009451	0.2769
	10000	0.4912	0.4982	10.02	0.05235	17.88
		0.07853	0.006227	0.06244	0.0002083	0.04533

The upper values are presented as mean, and the lower as RMSE for estimates, or standard deviation for breakdown voltage (BDV).

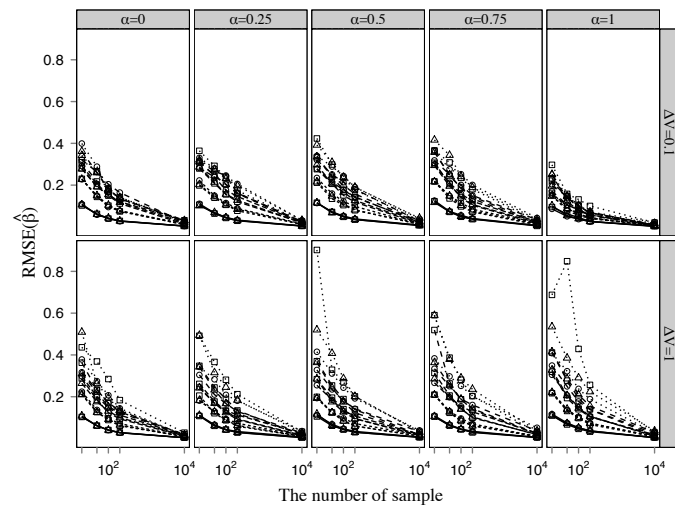
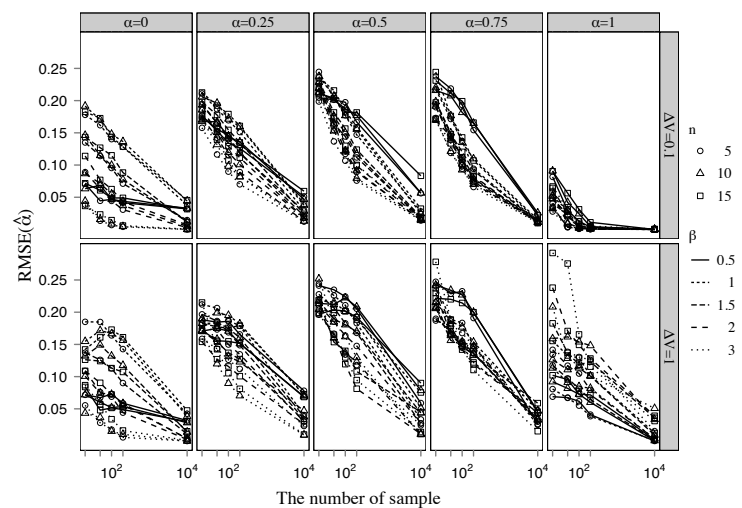


図 4 推定値と真値との RMSE
Fig. 4 The root mean squared error (RMSE)

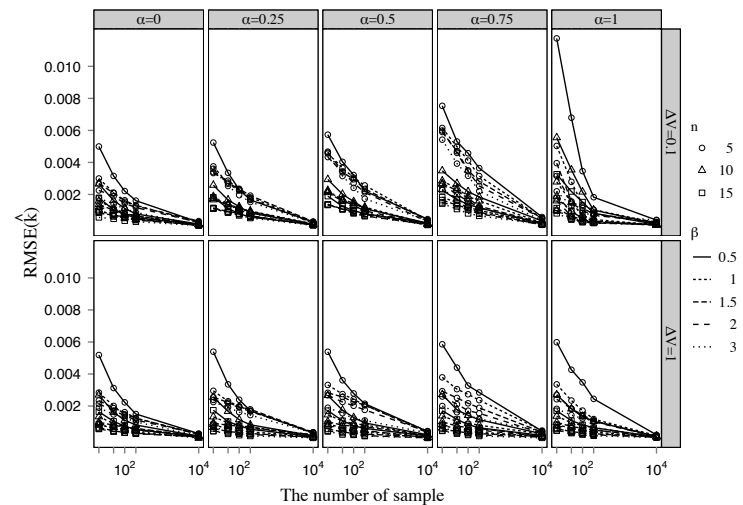
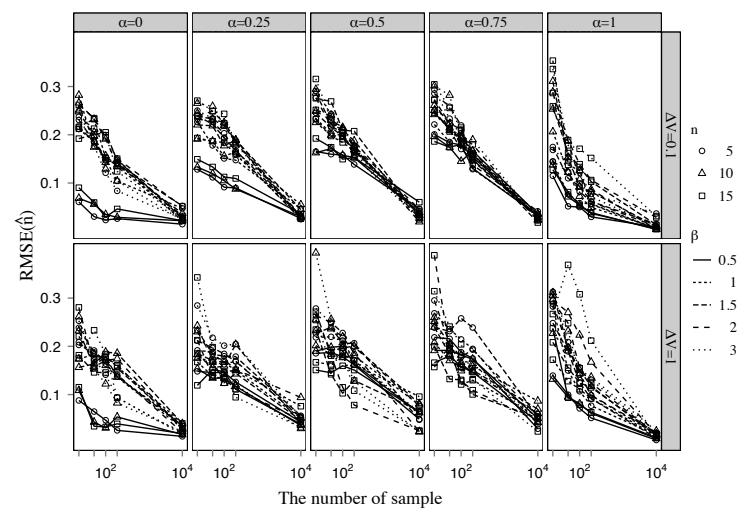


図 4 図 4 のつづき
Fig. 4 Continued.

ることが分かる．

4. ま と め

機器の信頼性を評価するために，破壊が起こるまでストレスをかける試験が行われる．本論文では，段階上昇法のようにストレスが離散的，段階的に上昇する場合を扱った．一定ストレス下での破壊確率分布と，ストレスと平均寿命時間のベキ乗則によって，ワイブルベキ乗則のような確率分布を用いたベキ乗則を仮定することができる．蓄積疲労モデル（CEM）は加速寿命試験での破壊確率モデルとしてよく用いられる．この確率モデルは疲労が蓄積するという考えが理にかなっていることから，信頼性の分野で広く受け入れられている．一方で，電気分野では疲労蓄積が観測されない場合もあることから忘却モデル（MM）が用いられる．信頼性を評価する上でどちらのモデルがより適切であるかという問題は，未だ議論されている．

本論文では，CEM と MM の両方を含む拡張蓄積疲労モデル（ECEM）を新たに提案した．パラメータをうまく推定できるかどうかを調べるために，さまざまな試験条件のもとで多数のシミュレーションケースを行った結果，いずれの場合もパラメータ推定値が得られた．

参 考 文 献

- 1) N. Balakrishnan, E. Beutner and M. Kateri, "Order restricted inference for exponential step-stress models", *IEEE Trans. Reliability*, vol. 58, pp. 132 - 142, 2009.
- 2) E. Gouno, "An inference method for temperature step-stress accelerated life testing", *Quality and Reliability Engineering International*, 17, 11-18. (2001)
- 3) V. Bagdonavicius, M. Nikulin, *Accelerated Life Models*, Chapman & Hall/CRC (2001)
- 4) H. Hirose, "Estimation of The Threshold Stress in Accelerated Life Testing", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol.42 , pp.650-657 (1993)
- 5) H. Hirose, "Theoretical foundation for residual lifetime estimation", *Transactions of IEEE*, vol. 116-B, pp.168-173 (1996)
- 6) H. Hirose, "The relation between accelerated life tests by brand-new insulation and step-up voltage tests by working insulation", *7th International Conference on Properties and Applications of Dielectric Materials (ICPADM2003)*, pp.978-981, June 1-5 (2003) Japan
- 7) H. Hirose, "The truncated model and its applications to lifetime analysis: unified censored and truncated models", *IEEE Trans. Reliability*, vol. 54, pp. 11 - 21, 2005.
- 8) H. Hirose, K. Tsuru, T. Tsuboi, and S. Okabe, "Estimation for the parameters in the step-up voltage test under the Weibull power law model", *IEEE Trans., Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol.16, pp.1755-1760 (2009)
- 9) M. Ikeda, T. Teranishi, M. Honda, T. Yanari, "Breakdown characteristics of moving transformer oil", *IEEE Trans., Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, pp.921-928 (1981)
- 10) JEC-0102-1994, " Standard for Test Voltages " Standard of the Japanese Electrotechnical Committee, 1994.
- 11) H. Ma and W. Q. Meeker, "Optimum step-stress accelerated life test plans for log-location-scale distributions, " *Naval Research Logistics*, vol. 55, pp. 551 - 562, 2008.
- 12) R. Maller and X. Zhou, *Survival Analysis with Long-term Survivors*, Wiley-Interscience (1996)
- 13) W.Q. Meeker and L.A. Escobar, *Statistical Methods for Reliability Data*, Wiley-Interscience (1998)
- 14) W. Nelson, "Accelerated life testing - step-stress models and data analyses", *IEEE Trans. Reliability*, vol. 29, pp. 103 - 108, 1980.
- 15) W. Nelson, *Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis*, John Wiley & Sons (1990)
- 16) T. Tsuboi, J. Takami, S. Okabe, "Influence of voltage application history on insulation test with one minute step-up method", *IEEE Trans., Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol. 15, pp.1261-1270 (2008)
- 17) T. Tsuboi, J. Takami, S. Okabe, K. Inami, and K. Aono, Transformer insulation reliability for moving oil with Weibull analysis, *IEEE Trans., Dielectrics and Electrical Insulation*, Vol. 17, pp.978-983 (2010)
- 18) K. Tsuru and H. Hirose, "Estimation for the Weibull power law parameters in the step-up voltage test", *Engineering Letters*, Vol.17, pp.141-145 (2009)
- 19) C. Xiong, "Inferences on a simple step-stress model with type-II censored exponential data", *IEEE Trans. Reliability*, vol. 47, pp. 142 - 146, 1989.
- 20) C. Xiong and G.A. Milliken, "Step-stress life-testing with random stress-change times for exponential data", *IEEE Trans. Reliability*, vol. 48, pp. 141 - 148, 1999.
- 21) C. Xiong and G.A. Milliken, "Prediction for exponential lifetimes based on step-stress testing", *Communications in Statistics—Simulation*, 31, 539-556. (2002)
- 22) C. Xiong and M. Ji, "Analysis of grouped and censored data from step-stress life test", *IEEE Trans. Reliability*, vol. 53, pp. 22 - 28, 2004.
- 23) K.P. Yeo and L.C. Tang, "Planning step-stress life-test with a target acceleration-factor, " *IEEE Trans. Reliability*, vol. 48, pp. 61 - 67, 1999.
- 24) X.K. Yin and B.Z. Sheng, "Some aspects of accelerated life testing by progressive stress", *IEEE Trans. Reliability*, vol. 36, pp. 150 - 155, 1987.
- 25) W. Zhao and E.A. Elsayed, "A general accelerated life model for step-stress testing", *IEEE Transactions*, 37, 1059-1069. (2005)

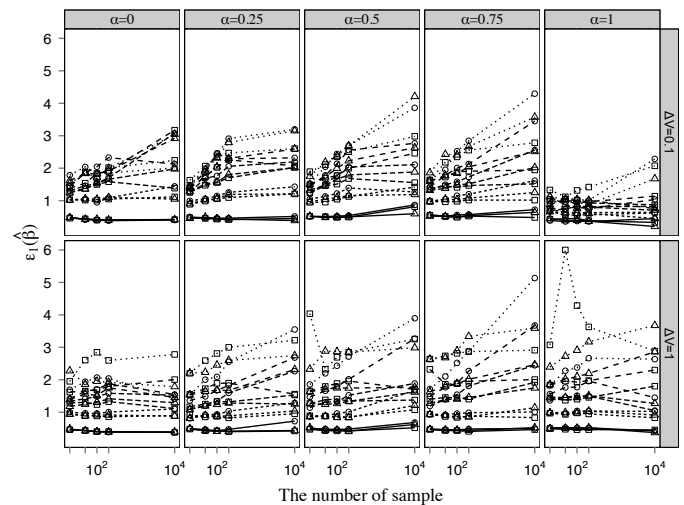
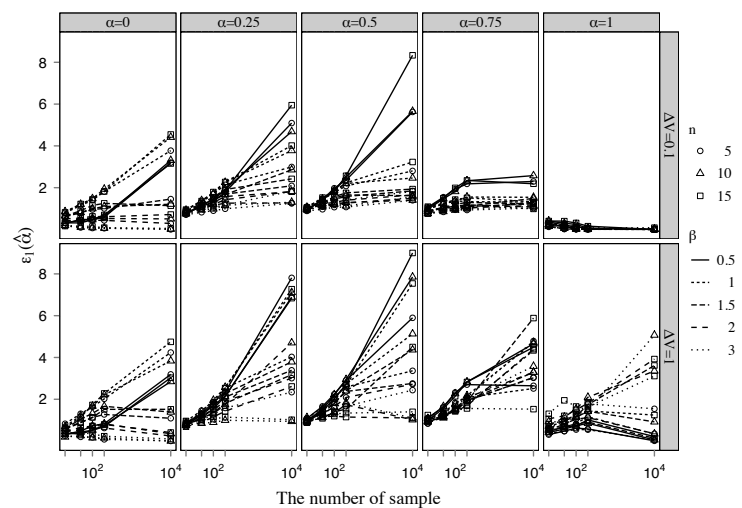


図 5 各推定値におけるサンプルあたりの推定精度
Fig. 5 $\epsilon_1 = \sqrt{N \times \text{RMSE}^2}$

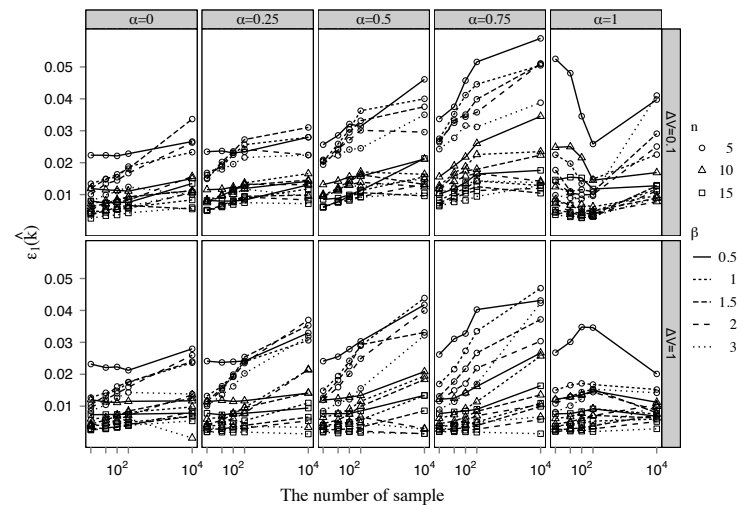
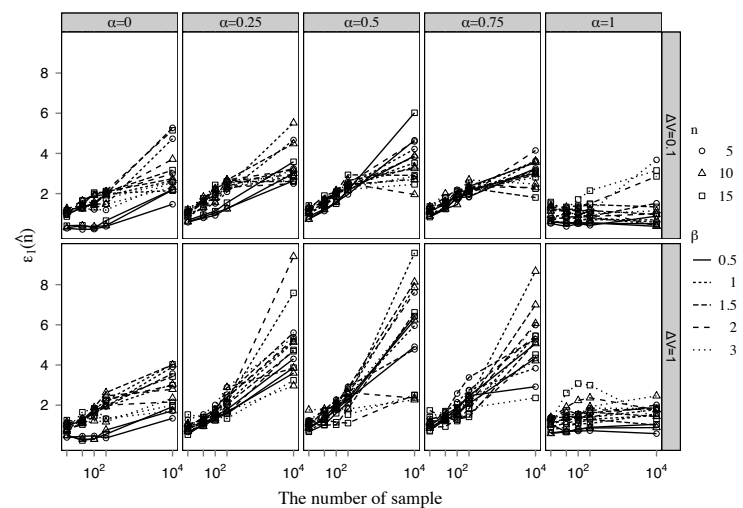


図 5 図 5 のつづき
Fig. 5 Continued.