

進化計算を用いたエッシャー風タイリング図形の自動生成

待 井 寛 史^{†1} 木 佐 貫 恵^{†1}
小 野 智 司^{†1} 中 山 茂^{†1}

本研究では、進化計算を用いたエッシャー風タイリング図形の自動生成手法を提案する。先行研究では、確率的探索アルゴリズムである焼きなまし法を用いて解を求める手法と、行列計算を用いた手法が提案されている。これらの手法では、入力図形に近い形の良い解が得られるという利点があるものの、デザイナーに対して複数の選択肢を提供することが難しい。本研究で提案する手法は、遺伝的アルゴリズムを用いることにより、同一のタイリングパターンで複数の異なる形状の解を生成し、多様性に富んだ解の自動生成を実現するものである。

Automatic Creation of Escher-Like Tiling Patterns using Evolutionary Computation

HIROFUMI MACHII,^{†1} MEGUMI KISANUKI,^{†1}
SATOSHI ONO^{†1} and SHIGERU NAKAYAMA^{†1}

This paper proposes a method for automatic creation of Escher-like tiling patterns using evolutionary computation. Previous works have proposed a method using Simulated Annealing and a method using matrix calculation. Although these methods can create a solution that is similar to the input shape, it is hard for them to show many alternatives for designers. The proposed method in this paper creates various shape solutions from just one tiling pattern by using genetic algorithm and by keeping the diversity in the population.

^{†1} 鹿児島大学大学院 理工学研究科 情報生体システム工学専攻
Department of Information Science and Biomedical Engineering, Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima University

1. 研究の背景と目的

エッシャー風タイリングは、生地やバッグのミシン目、壁紙、コップや絵皿などに施すデザインとして広く用いられている。タイリングさせる図形を作成するには、タイリングした際の辺の一致を考慮する必要がある、動物やキャラクタ、ロゴタイプなど任意の形を用いたタイリング図形を手動で作成することは困難である¹⁾。

Kaplan は、確率的探索アルゴリズムである焼きなまし法 (Simulated Annealing: SA) を用いた手法を提案している²⁾。この手法により、凸に近い入力図形に対して、できるだけ近い形状のタイリング可能な図形へ変形することができる。また、小泉らは、行列計算を用いた手法を提案している³⁾。この手法を用いることで、凸に近い形の入力図形から効率よく解を得ることができ、入り組んだ入力図形に対してもしばしば質の良い解が得られる。これら2つの先行研究では、1つの入力図形に対して得られる解がごく少数であり、多様性に欠けるため、ユーザのデザインを支援することは難しい。

本研究では、ユーザが入力した図形に対してできるだけ近い形の多様な解を生成し、ユーザのタイルデザインの発想を支援することを目的とする。遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA) を用いることにより、異なる図形間で影響を与えることができ、ユーザの発想にはない図形の生成が期待できる。

2. 関連研究

2.1 タイリング

タイリングとは、平面に図形を隙間なく、かつ、重なりなく敷き詰めたものである。1種類または複数の幾何学的図形を組み合わせたもの、複雑に入り組んだ図形を組み合わせたものなど多数存在する。

タイリングは建築物の装飾や衣類・食器類の模様などといった芸術的な側面の他に、多くの数学的な側面がある。オランダの版画家 M.C. Escher は数学的な見地から芸術的なタイリングを生み出した芸術家の一人であり、動物の形を用いたタイリングに関する作品を多く残している。そこで、Kaplan²⁾ は、Escher の名前と作品にちなんだ Escherization Problem と呼ばれる問題を提唱した。Escherization Problem とは、ある図形 S が与えられたとき、
(1) 図形 T はできるだけ S に近い形である。
(2) 図形 T は平面を敷き詰めることができる。

という2つの条件を満たす図形 T を見つけるという問題である²⁾。本研究においても、こ

の Escherization Problem を解くことでタイリング可能な図形を生成する。

また、本研究ではタイリングの中でも isohedral タイリングと呼ばれる種類のタイリングについてのみ考えるものとする。isohedral タイリングとは、平面上にある図形が全て同一の図形と重なる合同変換である場合のタイリングである。この isohedral タイリングは、93 種類のパターンに分けられ、それぞれ IH01, IH02, ..., IH93 という記号として表される。本論文では、このパターンをタイリングパターンと呼ぶこととする。

タイリングパターンにはタイリングの条件を満たすように作られた多角形を基本とする図形が存在する。本論文では、それぞれの多角形の頂点を端点と呼び、端点を結んだ線分を辺と呼ぶ。端点はパラメータによって位置が変化し、多角形の概形を決定する。詳細な図形の形状は、各辺の形状を変更することで決定する。辺の形状とは、辺上にいくつかの点群を与え、その点の位置を変更して得られる形のことである。

2.2 先行研究

Kaplan は SA を用いて Escherization Problem を解く手法を提案している²⁾。初期図形を評価し、初期図形の辺の形状をランダムな値によって変化させ、再度評価する。評価が上がる場合は変化を受け入れ、評価が下がる場合は、温度パラメータ T による確率によって変化を受け入れるか受け入れないかを判別する。この処理を繰り返し、より評価値の高い（目標図形と形状に近い）解が出力となる。この手法では、初期図形として isohedral タイリングの 93 パターンそれぞれの基本となる図形を与えている。この手法では、凸に近い入力図形に対して困難なく解が得られることが数値実験により示されている。しかし、各タイリングパターンから得られる解は 1 つであり、同一のタイリングパターンから異なる図形を得ることができない。

また、行列計算を用いて Escherization Problem を解く手法が提案されている³⁾。この手法は Escherization Problem を最適化問題として再定式化し、対称行列の最大固有値を求める問題へと帰着させる。さらに、この問題のある空間への射影とみなすことにより効率よく計算できる。凸に近い入力図形に対する解を効率よく得られ、入り組んだ入力図形に対してもしばしば質の良い解を得ることができる。しかし、一つの入力図形に対する解は確定的であり、満足する解が出力されるまで、入力をし直さなければならないという問題がある。

3. 提案する方式

3.1 方針および特徴

本論文では、GA を用いることで、タイルデザインの発想を支援できるように入力図形に

対してできるだけ近い形のタイルを複数生成することを目的とする。提案する方式の基本方針および特徴を以下に示す。

方針 1: 初期集団生成方法

GA の初期集団の一部として、行列計算を用いた手法³⁾ の解を取り入れる。初期図形から入力図形に近い形の個体を用いることで、先行研究の解と同等かそれ以上の質の解の生成を図る。

方針 2: 異なるタイリングパターン間の交叉

本問題では、図形によって変形可能な辺が異なり、タイリングパターンによっても異なる。よって、提案する方針では、変形可能な辺の長さを正規化し、角度を考慮したデータ構造の Genotype を用いる。これにより、異なる図形・異なるタイリングパターン間での交叉を実現する。

方針 3: Turning Function による評価

評価関数として、2 つの多角形を相対座標を用いて比較する Turning Function⁴⁾ を使用する。この関数により、図形の大きさや始点の違いによらず比較することができる。

3.2 染色体表現

本研究における GA の染色体表現と、Genotype から Phenotype への変換方法を示す。Genotype はタイリングパターンの ID、タイリングパターン固有のパラメータ、端点間の点群の相対座標データを持つ。図 1 は例として、タイリングパターン IH07 での変換方法を示している。IH07 は 120 度回転と並進によるタイリングである。図 1 で Genotype の相対座標データ群が 3 つに分けられているのは、3 つの端点間の形状を表すことができれば、残る 3 辺の形状は算出することができるためである。まず、タイリングパターンとパラメータにより、基本図形の概形を求める。次に、相対座標データ群から、形状を表す 3 つの辺を生成し、それぞれの辺に当てはめ、残りの 3 辺を算出する。これが Phenotype となる。

3.3 評価関数

図 2 のように 2 つの図形を比較する場合、相対座標の角度を表す関数 $\Theta(l)$ で表す。 l は図形の全周で相対座標の長さを正規化した値であり、範囲は $0 \leq l \leq 1$ である。2 つの関数の積分の差

$$D = \int_0^1 \{\Theta_A(l) - \Theta_B(l)\} dl$$

を求め、 D の値が小さいほど 2 つの図形の形状に近いことを表している。この関数により、

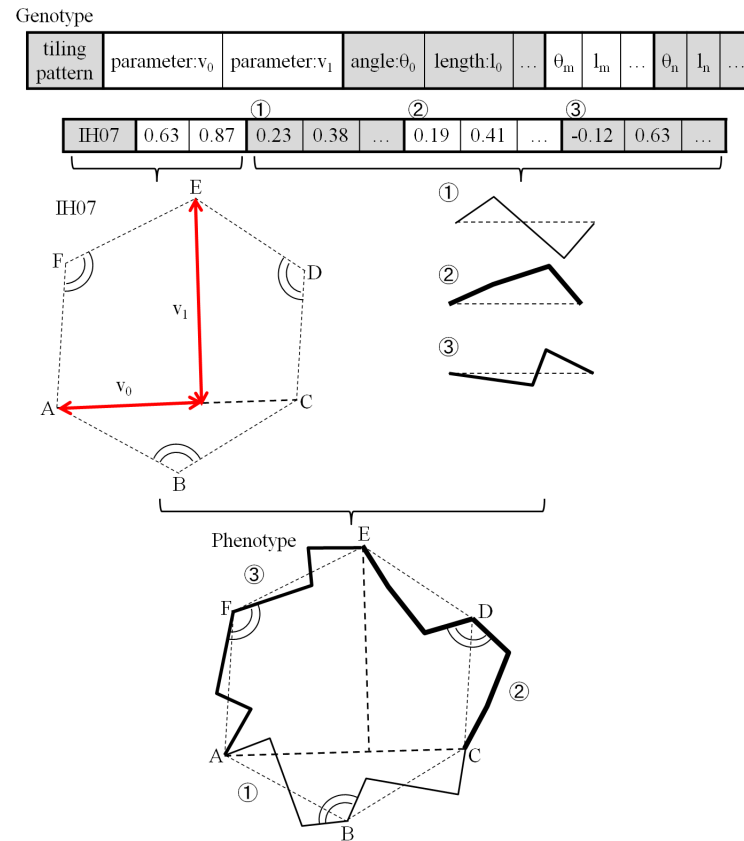


図 1 Genotype から Phenotype への変換

図形の大きさや始点の違いによらず比較することができる。

3.4 システムの処理手順

本論文における具体的な処理手順は以下の通りである。

初期集団生成

初期集団は図 3 のように、各タイリングパターンにランダムな値を用いた個体 (1) と入力図形から行列計算を用いた手法³⁾ の解 (2)、また、生成された解に入力図形の一部の形状

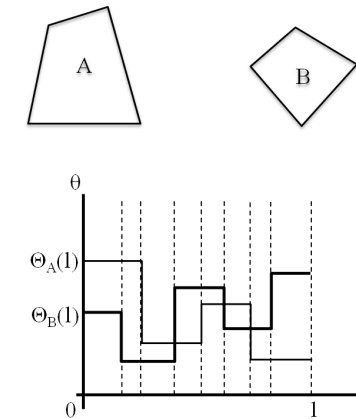


図 2 Turning Function を用いた多角形の類似度計算の例

を取り入れた個体 (3) をそれぞれ複数生成する。

評価・終了判定

個体を評価する際は、個体ごとに Phenotype を求め、前述の Turning Function を用いて目標図形と生成図形の評価を行う。終了判定は一定世代まで進化が終了した場合とする。

選択

エリート保存戦略を用いて優秀な個体の選別と死滅させる個体の決定を行う。まず、現世代の上位 5 個体をエリート個体として次世代に残す。これらの個体は進化の対象とはならない。次に、現世代の下位 10 個体を死滅させ、代わりにエリート個体をそれぞれ 2 個体ずつ複製する。

交叉

現世代のエリート 5 個体を除く全ての個体から交叉率 90 % でランダムに選択し、交叉を行う。交叉方法は一様交叉を用いる。ただし、タイリングパターンは親 2 個体のパターンがそのままそれぞれ子 2 個体に遺伝する。図 4 は交叉した際の例を示している。

突然変異

各遺伝子の突然変異の有無をランダムに決める。パラメータを突然変異させる場合は、パラメータの制約が各タイリングパターンによって異なるので、それぞれの制約を満たすような値を設定する。

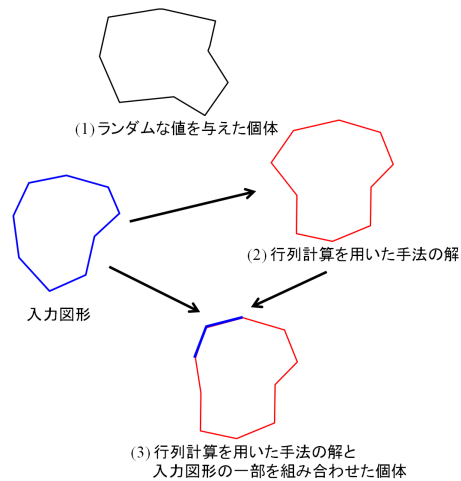


図 3 初期集団の生成方法

4. 実行例

本手法による実行例を示す。個体数 45 個体，世代数 100 世代，交叉率 90%，突然変異率 1% として GA を行った。図 5 は入力図形と最終世代の上位 10 個体を示している。この図より，同一のタイリングパターンから複数の異なるタイルを生成できていることがわかる。図 6 は最終世代で最も評価値の高い個体をタイリングした結果を示している。

5. おわりに

本研究では，遺伝的アルゴリズムを用いたエッシャー風タイリング図形の自動生成手法を提案した。実行例から，本方針は多様性のある解を生成することを示した。今後の課題として，自動生成した図形と入力図形が人の見た目から遠く感じるという問題があるため，図形の特徴をとらえる評価関数の定義があげられる。また，異なるタイリングパターン間での部分形状の交換による効果の検証も必要である。

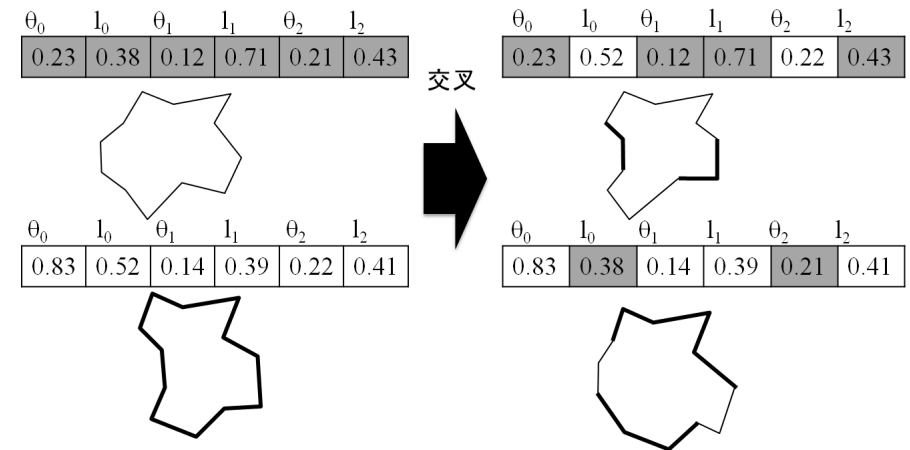


図 4 交叉の例

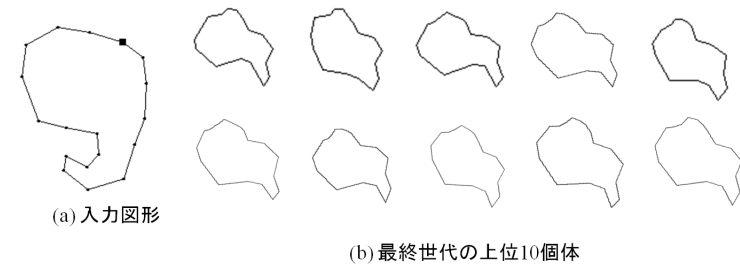


図 5 入力図形と最終世代の個体

参考文献

- 1) 杉原厚吉: “エッシャーマジック だまし絵の世界を数理で読み解く”, 東京大学出版, 2011.
- 2) Craig S. Kaplan: “Computer Graphics and Geometric Ornamental Design”, PhD thesis, University of Washington, 2002.
- 3) 小泉拓, 杉原厚吉: “エッシャー風タイリングの計算機支援設計”, NICOGRAPH 論文コンテスト, 2009.

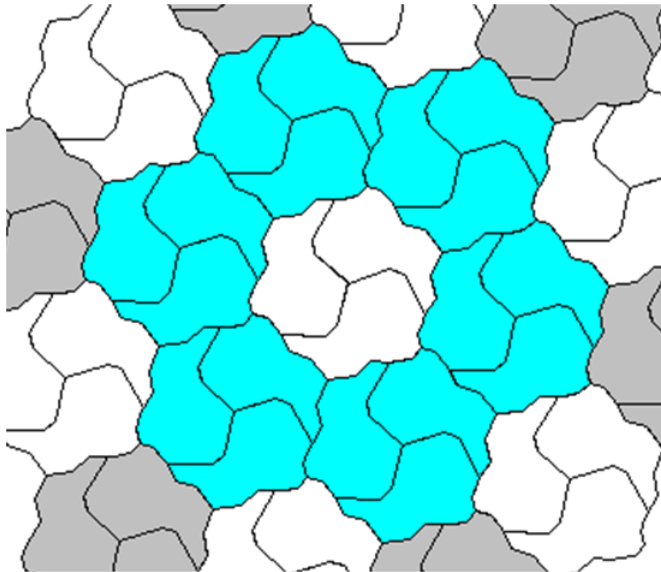


図 6 タイリング

- 4) Esther M. Arkin, L. Paul Chew, Daniel P. Huttenlocher, Klara Kedem, Joseph S. B. Mitchell: "An Efficiently Computable Metric for Comparing Polygonal Shapes", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.13, No.3, pp.209-216, 1991.