

## エッシャー風タイルング画像作成支援ツールの試作

木佐 貫 恵<sup>†1</sup> 待井 寛 史<sup>†1</sup>  
小野 智 司<sup>†1</sup> 中山 茂<sup>†1</sup>

本研究では、ユーザとシステムが協調してエッシャー風タイルング画像を作成するシステムを提案する。関連研究において、与えられた座標をもとにエッシャー風タイルング画像を自動生成する手法が提案されているが、一つの入力図形から一つの出力図形しか得られず、ユーザの創造性を支援することが困難であった。提案する手法は、ユーザが描画した一つの入力図形から、対話型進化計算を用いて複数の出力図形を生成することが可能であり、ユーザによる描画とシステムによるタイルング可能なパターンへの変形を繰り返すことでタイルング画像を作成することができる。

### The trial production of creation supportive tool of Escher-Like Tiling Art

MEGUMI KISANUKI,<sup>†1</sup> HIROFUMI MACHII,<sup>†1</sup>  
SATOSHI ONO<sup>†1</sup> and SHIGERU NAKAYAMA<sup>†1</sup>

This paper proposes a system to create an Escher-like tiling pattern by a user and a system. Although precious work produces Escher-like tiling pattern automatically. The only one output is not sufficient to help the user's creativity. The proposed method allows to generate plural output shapes using Interactive Evolutionary Computation and to iterate user drawing and modification by the system, resulting in cooperative creation of the Escher-like tiling pattern.

<sup>†1</sup> 鹿児島大学 理工学研究科 情報生体システム工学専攻  
Department of Information Science and Biomedical Engineering, Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima University

### 1. はじめに

タイルングとは、一つ、または少数の図形によって平面を隙間なく、かつ重なりなく敷き詰めたものである。タイルングは、建築物の装飾や衣類の模様など多くの場所で利用されており、それが成す模様は規則的な幾何学模様から、複雑に入り組んだ形を組み合わせた模様に至るまで多岐に渡る。また、タイルングには多くの数学的な側面もあり、その繰り返しの中に現れる法則や性質、種類などが考察されている<sup>1)</sup>。しかし、タイルングの制約は強力であり、隣り合う辺の凹凸などを考慮して描かなければならないため、人の手によって複雑な図形のタイルング画像を作成するのは困難である。

本研究では、タイルングの一種であるエッシャー風タイルングのパターンを生成するために、ユーザとシステムが協調してタイルング画像を作成するシステムを試作した。本手法ではユーザが描画した図形、またはツールに読み込んだ任意の画像を入力図形とし、入力図形から複数の出力図形を生成することで、ユーザの発散的思考を支援しつつタイルングの制約を満たしたパターンを生成することができる。

### 2. 研究分野の概要

#### 2.1 エッシャー風タイルング

数学的な見地から、芸術的なタイルングを生み出した芸術家のひとりに、オランダの版画家 M.C. Escher がいる。Escher は独自の研究を基に、1 種類もしくは複数種類の動物の形で平面を敷き詰めた作品等、タイルングに関する多くの芸術的な作品を残している。

Escher の名前と作品にちなんだ Escherization Problem と呼ばれる問題がある<sup>2)</sup>。Escherization Problem とは、ある図形  $S$  が与えられたとき、

- (1) 図形  $T$  は出来るだけ  $S$  に近い形である。
- (2) 図形  $T$  は平面を敷き詰めることができる。

という二つの条件を満たす図形  $T$  を見つけるという問題である<sup>2)</sup>。エッシャー風タイルングとは、Escherization Problem の解を一つのタイルとしたタイルングのことである。

#### 2.2 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm : GA) は、生物システムが持つ組織的進化律による自然選択と自然遺伝学の機構からヒントを得た解探索アルゴリズムである<sup>3)</sup>。GA は進化計算法と呼ばれる計算アルゴリズムの一つであり、それぞれ異なる染色体を持つ個体の集団が、選択、交叉、突然変異などランダムに行われる情報交換により進化していく仕組み

である。

### 2.3 対話型遺伝的アルゴリズム

GAのような進化計算 (Evolutionary Computing : EC) において、解候補の評価を人間に委ねる方式を、対話型進化計算 (Interactive Evolutionary Computing : IEC) という<sup>4)</sup>。IECでは目的関数の明確化が困難であるが、人間の知識、経験、嗜好に基づいて解候補の評価が可能である問題で有用であり、デザインや似顔絵作成、音楽などの様々な分野への応用が行われている。

IECの一手法である対話型遺伝的アルゴリズム (interactive Genetic Algorithm : IGA) とは、GAの遺伝的操作をベースとして、評価部分をユーザの主観による提示個体の評価に置き換えたものである<sup>5)</sup>。IGAの流れは以下のとおりである。また、フローチャートを図1に示す。

IGAでは通常のGAと同様に問題に応じて遺伝子型を設定するが、評価関数を定義する必要はない。探索を行う際はまず、各個体を探索点として、初期集団を生成する。次に、ユーザによる評価とシステムによる遺伝的操作を繰り返す。遺伝的操作は通常のGAと同様に、選択、交叉、突然変異を行う方式が一般的である。選択の処理では、評価の高い個体が後続の世代へ生存する確立が高くなるよう操作する。また、交叉の処理では、二つの個体を親として互いの個体の一部を交換した新たな遺伝子を持つ個体を生成し、突然変異では、ある一定の確立にもとづいて個体の一部の遺伝子をほかの遺伝子に置き換える。

### 2.4 関連研究

エッシャー風タイルングを最適化問題として定式化し、対称行列の最大固有値を求める問題へと帰着させ、この問題をある空間への射影とみなすことにより、効率良く計算できることが示されている<sup>6)</sup>。小泉らは、上記によって効率的な解法を提案し、エッシャー風タイルング画像の自動生成を行なっている<sup>7)</sup>。

上記の手法では、複雑な入力図形に対し効率的かつ良質な解が得られるとしている。しかし、一つの入力図形から得られる出力図形は一つのみであり、ユーザの意図を反映させることが難しい。

## 3. 提案する方式

### 3.1 概要

本研究で提案するシステムは、ユーザが描画した図形に近い形状のタイルング可能な図形を生成し、それをもとにエッシャー風タイルング画像を作成することができる。ユーザの発

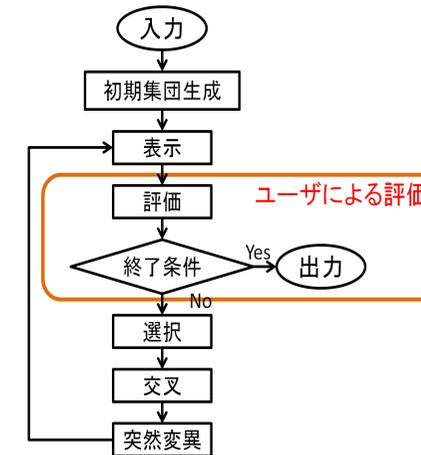


図1 IGAのフローチャート

散的思考を支援することを目的とした対話型進化計算の開発方針を以下に示す。

- 対話型遺伝的アルゴリズムを用いる  
一般的な進化計算を用いて複数の解候補を生成し、ユーザが選択することも可能であるが、得られた解候補のなかにユーザの望む解が含まれるとは限らない。提案する方式は、一定世代数の進化計算と、ユーザの操作を繰り返すことでユーザの意図に沿った図形の生成を試みる。
- ユーザによる目標図形の描画とGAによる変形を繰り返す  
一般的な対話型進化計算では、システムが解候補を生成し、ユーザが有望な解候補の選択を行う。これに対して提案する方式は、ユーザが目標とする図形を繰り返し修正する。これは、本問題におけるタイルングの制約が強力であり、ユーザが意図する図形を一回の探索で得ることが困難なためである。

### 3.2 システムの構成と機能

本研究では、パターンの形状を決定する要素をGAの染色体および遺伝子とする。具体的には、タイルングパターン $T$ 、パターンにおける制御点間の距離を示すパラメータ $v_0, v_1, \dots, v_n$ 各辺の形状を示す長さや角度の組の集団 $\{\theta_{01}, l_{01}, \theta_{02}, l_{02}, \dots, \theta_n, l_n\}$ からなる。解候補である個体には遺伝子型と表現型の2種類の表現方法がある。遺伝子型は交叉、突然変異で用いられ、表現型は評価の際に用いられる。遺伝子型と表現型の解候補をそれぞれ図2、図

3 に示す。

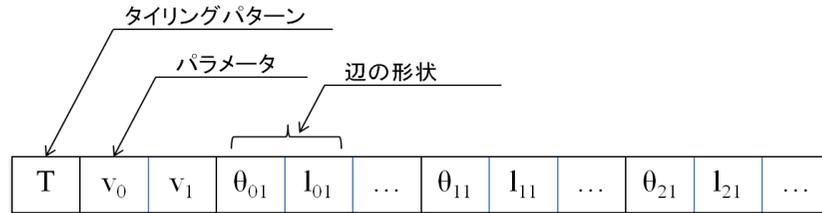


図 2 遺伝子型 (Genotype)

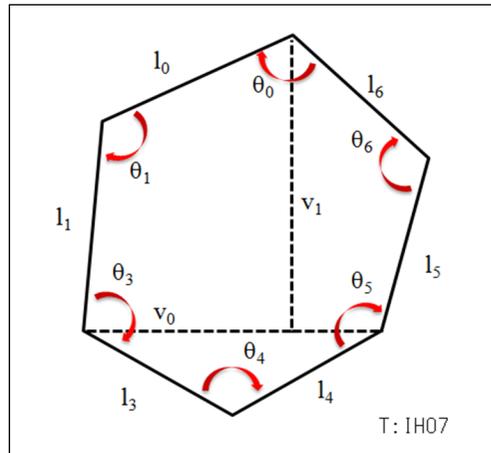


図 3 表現型 (Phenotype)

### 3.3 処理手順

本システムの処理手順について図 4 に示し、処理の流れを説明する。

本システムでは、解候補に対して遺伝子の操作による新たな解候補の生成と、入力図形を用いた評価を繰り返すことで、入力図形に近い出力図形を生成する。GA の処理を開始すると一般的な進化計算を行い続けるが、ユーザが中断の指示を行った場合、解候補を任意の図形に描画しなおすことができ、出力図形にユーザの嗜好を取り入れることができる。

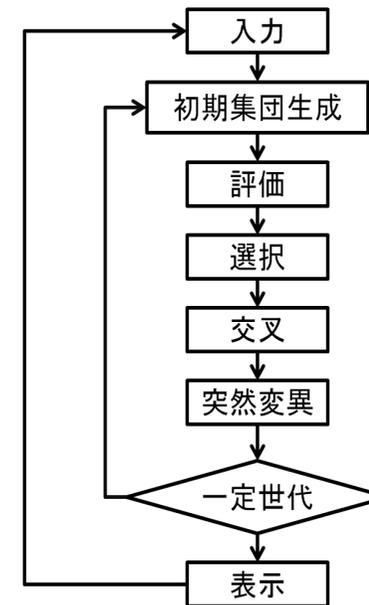


図 4 システムの流れ

- (1) 入力  
 ユーザが描画、または画像を読み込むことによって、入力図形を作成する。作成された図形から輪郭のみを抽出し、輪郭の頂点座標を取得する。取得した頂点座標から、タイリングの基本パターンにもとづいて頂点座標を取捨選択し、点の列に変換する。輪郭抽出の例を図 5 に示す。
- (2) 初期集団の生成  
 取得した輪郭の頂点座標から、行列計算を用いた手法<sup>7)</sup>でタイリング可能な図形を自動生成し、初期集団とする。あらかじめ自動生成された図形を用いることで、入力図形に近い形状の解を得ることが期待できる。
- (3) 評価  
 ユーザによる解候補の選択、目標とする図形の変形を評価とする。評価にユーザの嗜好を取り入れることで、ユーザの意図に沿った図形を生成することができる。
- (4) 選択・交叉・突然変異

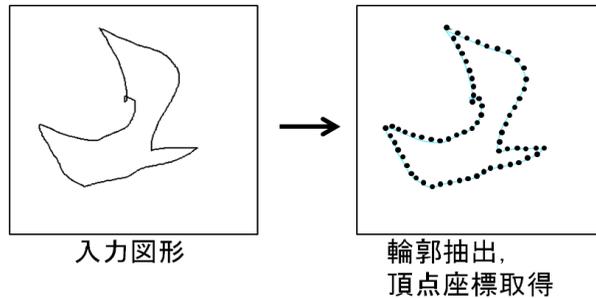


図 5 輪郭抽出の例

評価によって得られた適応度にもとづいて、個体集団の中から後続の世代に子孫を残す個体，死滅させる個体を選択する．交叉には一様交叉を用いる．なお，各図形のもつパラメータと，タイリングパターンとの交叉は行わないものとする．突然変異では，各タイリングパターンでの制約の違いを考慮した遺伝子データの変更を行う．

(5) 表示

GA の処理を一定世代繰り返した後，生成された解候補を表示する．このとき，表示された解候補の中からの選択もできるが，ユーザの意図した解がない場合，ユーザが図形を再描画することによって目標図形が更新され，再度 GA の処理を繰り返す．

3.4 インタフェース

提案する方式のユーザインタフェースは，図 6 に示すように，主にユーザが入力図形を描画する入力部，および探索による解候補を表示する解候補提示部からなる．

入力部はキャンバス，ツール，パレットなどを含む．ユーザはウィンドウ内のキャンバスに入力図形を描画する．その際，ツール内で描画ツールの選択，サイズ変更フレーム内で描画する際の線の太さの変更ができる．また，パレット内で任意の色を選択し描画することができる．

IEC の処理では，メニューバーのタイリングメニューから行列計算や GA を開始し，処理が始まる際にそれぞれの解を提示するフレームがウィンドウ内に表示される．また，解が表示されたウィンドウをクリックすることで，GA の処理の最中に表示された解をキャンバスに反映し，ユーザが図形を直接編集することができる．

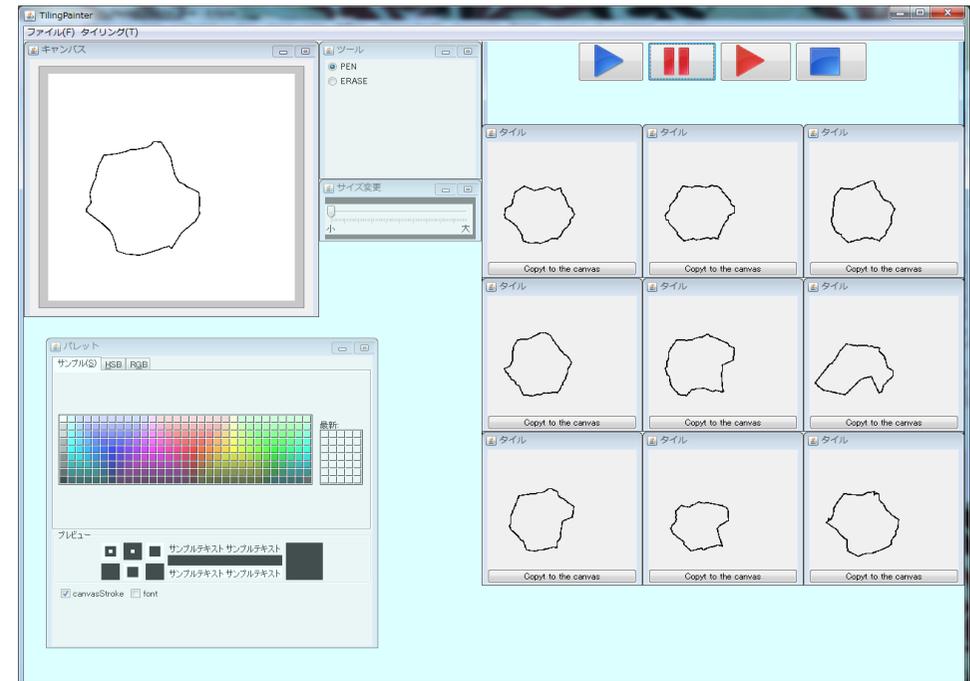


図 6 提案する方式の画面構成

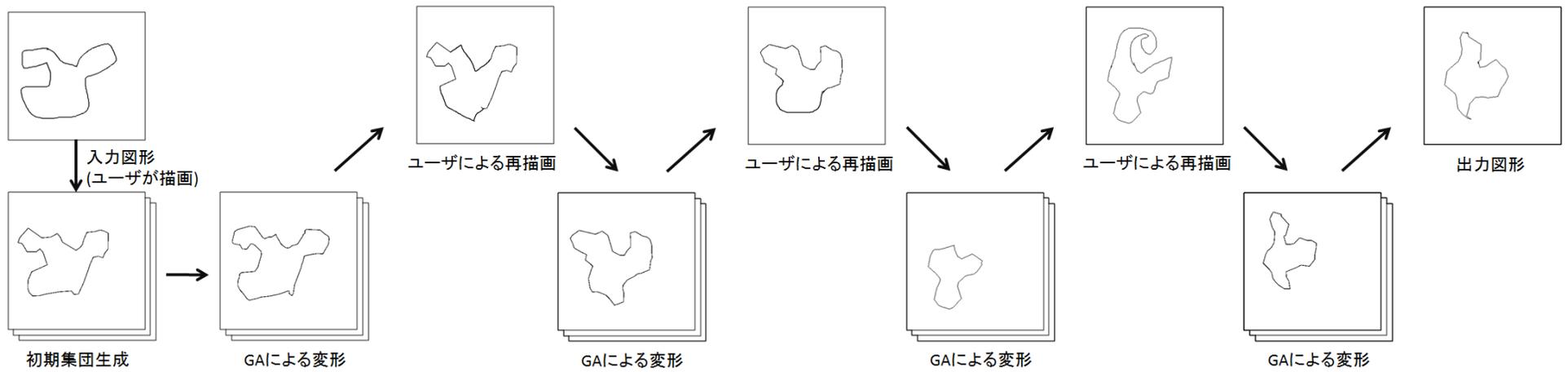


図 7 実行過程の図

#### 4. 実行例

提案手法の実行過程を図7に、それにより生成された例を図8に示す。

図7では、犬を表した図形を入力図形としていたが、IGAの処理の過程でユーザの意図する図形が変化し、最終的に鳥のような形状の出力図形を生成している。

図8の(a)は、灰色の線で示された図形がユーザが描画した入力図形を表し、黒色の線で示された図形がGAとユーザの対話によって得られたタイリング可能な出力図形である。(b)にこの図形によるタイリング結果をもとにユーザが着色等を行った例を示す。

図8より、提案手法を用いて生成された図形はタイリングが可能であることがわかる。以上のことから、提案手法は、ユーザの発想を支援し、様々なタイリング画像の作成が可能であると考えられる。



図8 タイリング例

#### 5. おわりに

本研究では、IGAによるエッシャー風タイリング画像の作成支援システムを試作した。任意の入力図形から、行列計算、IGAによってタイリング可能な出力図形を生成し、タイリング画像を作成することに成功した。

本手法で得られた出力図形は手動でタイリングを行なっているため、今後、タイリングパターンにもとづいた自動生成を行えるようにする。現状では、本研究で用いたタイリングパターンは1種類に限られているため、出力図形として得られる形状のパターンが限られている。タイリングパターンを追加することで、形状の多様化が期待できる。

謝辞 本研究の一部は科学研究費補助金(課題番号:23700272)による。

#### 参考文献

- 1) Branko Grünbaum and G. C. Shephard: Tilings and Patterns. W. H. Freeman, New York(1987)
- 2) Craig S. Kaplan and David H. Salesin: Escherization. Proceedings of SIGGRAPH, New Orleans, pp. 499-510(2000)
- 3) Goldberg, D.E.: Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning, Addison - Wesley, pp. 1-25(1989)
- 4) Hideyuki Takagi. Interactive evolutionary computation - fusion of the capabilities of ec optimization and human evaluation. In Proceedings of the IEEE, Vol. 89, pp. 1275-1296,(2001)
- 5) 廣安知之, 山川望, 伊藤冬子, 三木光範, 佐々木 康成: 対話型遺伝的アルゴリズムにおける評価方法と個体生成方法の検討, 情報処理学会研究報告. MPS, 数理モデル化と問題解決研究報告, pp. 113-116(2008)
- 6) 杉原厚吉: エッシャー・マジック, 東京大学出版会 (2010)
- 7) 小泉拓, 杉原厚吉: エッシャー風タイリングの計算機支援設計, NICOGRAPH 論文コンテスト (2009)